

# Análisis de datos en los estudios epidemiológicos IV

## Estadística Inferencial

Julia García Salinero. Departamento de Investigación Fuden

### Introducción

En los capítulos anteriores nos hemos detenido a explicar la estadística descriptiva, hemos definido muestras y hemos calculado los índices que definen esas muestras. Sin embargo, en investigación normalmente se utilizan muestras con el objetivo de "estudiar" poblaciones. Es decir, al investigador le interesa conocer las características de una muestra para, a través de ella, conocer las características de una población ya que, por diferentes razones, con frecuencia su estudio no es posible. Pues bien, la tarea de la estadística inferencial es hacer inferencias (generalizaciones) de las características de una población a partir de la información que tenemos sobre las características de la muestra.

Para poder hacer inferencias a la población partiendo de la información obtenida a través de una muestra, debe cumplirse una condición fundamental "la representatividad de la muestra", lo cual se consigue utilizando las técnicas de muestreo adecuadas que ya fueron explicadas en capítulos precedentes.

La inferencia estadística comprende dos técnicas principales:

- La estimación de parámetros
- El contraste de hipótesis.

### La estimación de parámetros

No nos vamos a detener de manera exhaustiva en su explicación, sólo vamos a intentar recordar algunos conceptos fundamentales.

Como ya indicamos en el capítulo dedicado a la estadística descriptiva, los índices descriptivos que definen una investigación se denominan parámetros. Pues bien, los procedimientos de estimación permiten determinar el valor aproximado de un parámetro de población específico, como el valor promedio de algún atributo.

Supongamos que se está experimentando con un nuevo tratamiento con el objetivo de reducir los valores de colesterol y que decidimos probarlo en una muestra de pacientes obteniendo resultados positivos. Para estimar el valor del colesterol promedio de una determinada población, después de haberle administrado este nuevo fármaco, podemos recurrir a los procedimientos de estimación, método que utilizamos por no poder predecir a priori los atributos de la población.

La estimación de un parámetro puede ser puntual o mediante deducción por intervalos. **La estimación puntual** supone el cálculo de una estadística a fin de estimar el parámetro poblacional. Si pensamos que el valor medio de colesterol en una muestra de pacientes es de 167, este valor representaría la estimación puntual del valor medio de colesterol en la población. El problema de las estimaciones puntuales es que no proporcionan información acerca del grado de exactitud de la información que suministramos.

**La estimación por intervalos** indica, en cambio, una probabilidad específica de que nuestro valor parámetro se encuentre entre unos valores determinados. Cuando en investigación se aplica la estimación de intervalos, se construye un intervalo de confianza (IC); los límites superiores e inferiores del rango de valores dentro del cual se encuentra nuestro valor se denominan límites de confianza.

Cuando se construye un intervalo de confianza en torno a la media muestral, se establece un rango de valores posibles para el parámetro de la población y también cierta probabilidad de estar en lo cierto, es decir, se realiza una estimación con un determinado grado de confianza. A pesar de que el grado o nivel de confianza que se desea obtener es un tanto arbitrario, los investigadores utilizan convencionalmente un intervalo de confianza de entre 95 o 99 por ciento o, lo que es lo mismo, asumen un nivel de error de entre 1 y 5 por ciento (0,05 y 0,01).

Imaginemos que en nuestro ejemplo de los valores de colesterol, el error estándar de la media ha sido de 12.

Construimos un intervalo de confianza del 95% en base a la siguiente fórmula:

$$\text{Conf. } (\bar{X} \pm 1.96s_x) = 95\%$$

$$\text{Conf. } (167 \pm [1.96 \times 12]) = 95\%$$

$$\text{Conf. } (167 \pm 23,52) = 95\%$$

$$\text{Conf. } (190,52 \leq \mu \leq 143,48) = 95\%$$

Esta última expresión se interpreta como sigue: Se tiene un 95% de confianza de que los valores medios de colesterol de la población estén comprendido entre 143, 48 y 190,52, o lo que es lo mismo: de cada 100 veces que informemos de que los valores de colesterol medios de la población estén comprendidos entre esos valores, 95 veces estaremos en lo cierto o cinco veces nos estaremos equivocando.

## **Pruebas de hipótesis**

El segundo método de la estadística inferencial es la prueba de hipótesis, que consiste en formular un valor aproximado respecto al valor de la media poblacional y después verificar si dicha estimación aproximada es compatible con los datos observados.

Este método consiste, en definitiva, en un proceso de toma de decisiones. Normalmente antes de iniciar una investigación se parte de una hipótesis lo que implica siempre la exclusión de otras.

**La hipótesis nula** ( $H_0$ ), también llamada la hipótesis de no diferencia, indica que no existen diferencias significativas entre los resultados obtenidos en la práctica y los resultados teóricos, es decir, que no hay relación real entre las variables y que cualquier relación observada es producto del azar o la casualidad, o debida a las fluctuaciones del muestreo.

La necesidad de contar con una hipótesis nula radica en que la comprobación estadística de la hipótesis constituye generalmente un proceso de rechazo de ésta. Si bien resulta imposible demostrar en forma directa y concluyente que la primera explicación (hipótesis científica) es correcta, sí es posible demostrar que es muy probable que la hipótesis nula sea incorrecta y que dicho indicio apoya la hipótesis científica, de modo que el investigador pretende mediante la aplicación de pruebas estadísticas rechazar la hipótesis nula.

Normalmente se expresa de la siguiente forma  $H_0: \mu_A = \mu_B$

La hipótesis nula indica que la media de la población A es igual a la de la población B.

La formulación de la hipótesis nula implica la formulación de la hipótesis alterna o alternativa, ( $H_1$ ) que afirma que la media de la población es un valor diferente al hipotético.

Se suele expresar de la siguiente forma  $H_1: \mu_A \neq \mu_B$

La hipótesis alterna puede ser direccional o no direccional. Cuando la  $H_1$  sólo afirma que el parámetro de la población es diferente al hipotéticamente establecido, sin especificar si es un valor mayor o menor, decimos que es una hipótesis no direccional o bilateral. Cuando además de afirmar que el parámetro es diferente, indicamos la dirección del mismo, es decir, si es mayor o menor, hablamos de una hipótesis direccional o unilateral, lo que da lugar al contraste hipótesis unilateral y bilateral, aunque generalmente es más utilizado el bilateral.

Aunque las hipótesis nulas se aceptan o rechazan con base en los datos de una muestra, las hipótesis se formulan acerca de los valores de la población. Así pues, el interés real de la prueba de hipótesis, como el de toda la inferencia estadística, consiste en formular conclusiones acerca de las relaciones existentes en la población a partir de una muestra.

Para proceder a la realización de una prueba de hipótesis debemos realizar dos procedimientos:

- Procedimiento del intervalo de confianza
- Procedimiento de la razón crítica

### **El procedimiento para probar una hipótesis siguiendo el intervalo de confianza sería el siguiente:**

- Establecer la hipótesis nula
- Fijar el nivel de confianza con el que vamos a trabajar
- Determinar el valor crítico  $z$  (o  $t$ ), correspondiente al nivel de confianza fijado y el número de grados de libertad, que será diferente en función de la prueba utilizada
- Calcular el error típico de la media
- Calcular el error muestral
- Calcular el intervalo de confianza
- Interpretar en términos de rechazo o no rechazo la  $H_0$ . Si el parámetro hipotéticamente establecido se encuentra entre los valores del intervalo de confianza, no podemos rechazar la  $H_0$ . Si el parámetro hipotético no se encuentra dentro del intervalo de confianza rechazamos la  $H_0$  y aceptamos la  $H_1$ .

Procederemos a explicar este proceso con mayor claridad en algunas de las pruebas de significación estadística que veremos en el capítulo siguiente.

### **El procedimiento de la razón crítica.**

Este segundo procedimiento es el más adecuado para contrastar hipótesis estadísticas y es, de hecho, el más utilizado. Al designar un nivel de significación el investigador establece una regla de decisión, que consiste en rechazar la hipótesis nula si se prueba que el valor obtenido cae dentro de la una región crítica de la distribución teórica aplicable y en aceptarla en caso contrario.

Consiste en calcular el valor  $z$  (o  $t$ ) que tiene el valor de la muestra obtenida por nosotros respecto al parámetro hipotéticamente establecido. Este valor  $z$  (o  $t$ ) se establece en base al conocimiento de la distribución muestral.

El procedimiento operativo para contrastar una hipótesis por el procedimiento de la razón crítica es el siguiente:

- Establecer la hipótesis nula. No existen diferencias significativas entre la media hipotéticamente establecida para la población y la media obtenida en nuestra muestra.
- Establecer el nivel de confianza
- Calcular el error típico de la media
- Calcular la razón crítica.
- Interpretar. Comparar el valor obtenido de la Razón crítica con el valor  $z$  ( o  $t$  ) correspondiente al nivel de confianza elegido.
  - Si la  $R_c$  obtenida es mayor que la  $z$  ( o  $t$  ) correspondiente al nivel de confianza elegido, no podemos aceptar la  $H_0$ , es decir, rechazamos la hipótesis de que la media de la población sea la hipotéticamente establecida.
  - Si la  $R_c$  obtenida es menor que la  $z$  ( o  $t$  ) correspondiente aceptamos la hipótesis nula.

Procederemos a explicar este proceso con mayor claridad en algunas de las pruebas de significación estadística que veremos en el capítulo siguiente.

**Errores en el contraste de hipótesis.**

Una pregunta que surge siempre en la presentación de los datos de una investigación es ¿me habré equivocado aceptando o rechazando la hipótesis nula? Pues bien, efectivamente, nos podemos equivocar, ya que como no trabajamos con la población total sino con una muestra representativa de la misma, resulta imposible asegurar de forma categórica que la hipótesis nula sea verdadera o falsa, de modo que el investigador debe darse por satisfecho con saber que probablemente lo sea, sin olvidar que toda inferencia estadística lleva implícito siempre el riesgo de cometer algún error.

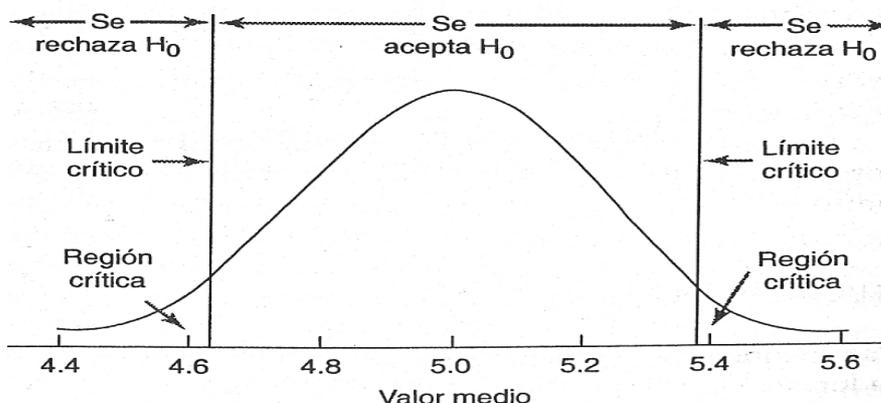
El investigador puede cometer dos tipos de errores:

- Error tipo I. Rechazar la hipótesis nula cuando en realidad es verdadera. La probabilidad de cometer el error de tipo I es  $\alpha$  y se denomina también nivel de significación. Si trabajamos con un nivel de confianza del 95%,  $\alpha$  sería de 5%, es decir, erróneamente rechazaremos  $H_0$  en un 5% de las veces. Al aumentar el nivel de confianza aumenta también la probabilidad de cometer el error de tipo II.
- Error tipo II. Aceptar la hipótesis nula cuando esta es falsa. La probabilidad de cometer el error de tipo II es  $\beta$ . Este tipo de error es más frecuente que el de tipo I. Esto es debido a que aumentamos el nivel de confianza, ya que es preferible equivocarse en no dar como verdadero un resultado que realmente lo es ( error tipo I) que dar como verdadero un resultado que es falso.

Queda pues claro que cuanto mayor sea nuestro nivel de confianza menor será la probabilidad de cometer un error tipo I y mayor la probabilidad de cometer el error de tipo II. En el cuadro siguiente presentamos los resultados posibles en la toma de decisiones cuando trabajamos con pruebas de hipótesis.

Investigador calcula una hipótesis estadística de prueba y concluye que la hipótesis nula es:	Situación real en la que la Hipótesis nula es: Verdadera	Situación real en la que la Hipótesis nula es: Falsa
Verdadera: se acepta la $H_0$	Decisión correcta. No error	Error tipo II
Falsa. Se rechaza la $H_0$	Error tipo I	Decisión correcta. No error.

En el gráfico siguiente podemos observar lo indicado anteriormente.



## Las pruebas de significación estadística

Concluiremos este capítulo intentando aproximarnos de una manera general a las pruebas más utilizadas en estadística inferencial.

La elección de la prueba más adecuada a nuestro estudio es un proceso en el que hay que tener en cuenta los siguientes aspectos:

- Tipo de variables y escala de medida de éstas
- Diseño, utilizando medidas repetidas o apareadas
- Condiciones de aplicación, específicas de cada prueba: alfa, se le denomina nivel de significación.
- Número de observaciones
- Tipo de distribución de los datos.

En el cuadro siguiente presentamos las pruebas vibariantes de significación estadística utilizadas con mayor frecuencia.

FACTOR DE ESTUDIO	CUALITATIVO ( 2 GRUPOS)	CUALITATIVO ( > 2 GRUPOS)	CUANTITATIVO
<b>Cualitativo ( 2 grupos)</b>	- Z de comparación de proporciones - Chi Cuadrado		
• Independientes	- P. exacta de Fisher - P. de McNemar		- T de Student - U de Mannwhitney
• Apareados	- P de McNemar. - P. exacta de Fisher		- T de Student - Wicolson
<b>Cualitativo ( &gt; 2 grupos)</b>			
Independientes	- Chi cuadrado		- Análisis de la varianza( 1 vía) - Kruskal-Wallis
Apareados	- Q de Cochran		- Análisis de la varianza( 2 vías) - Friedman
<b>Cuantitativo</b>			- Coefi. Corre. Pearson. - Coef. Corr. De Spearman

Dada la extensión y complejidad del tema no nos será posible explicar todas las pruebas anteriores, por lo que en el capítulo siguiente nos detendremos en el estudio de algunas de ellas: t de Student, chi cuadrado y análisis de la varianza, por entender que son las más utilizadas en los estudios de investigación.

## Bibliografía

- Carrasco JL. El método estadístico en la investigación médica. Editorial Ciencia 3. 6ª Edición. 1995
- Rodríguez Miñon P. Estadística Aplicada a la Biología. Editorial UNED. 3º Edición. 1984.
- Polit Denise y Hungler Bernadette. Investigación científica en ciencias de la salud. Editorial McGraw-Hill Interamericana. 6ª edición. 2000.